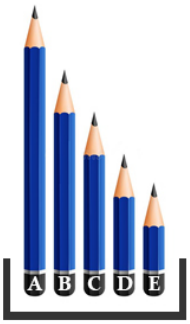
Prova Final

(Proposta de resolução) 16.ª edição – 2021/2022

Escolha múltipla

Versão **A**	Versão **B**
Caso 1 – Opção C Caso 2 – Opção D Caso 3 – Opção A	Caso 1 – Opção D Caso 2 – Opção B Caso 3 – Opção C

Caso 4



O AgenteX vai guardando os lápis, à medida que eles ficam mais pequenos.
Na figura ao lado, podes ver 5 lápis – A, B, C, D e E – com tamanhos diferentes, ordenados do maior para o mais pequeno.
O AgenteX desafia-te a reordenar os 5 lápis de forma a que:

- não haja dois lápis de tamanhos consecutivos lado a lado;
- nenhum lápis fique na posição original (a da figura ao lado).

De quantas formas diferentes é possível reordenar os lápis, nestas condições?

<u>Resolução</u>:

Este caso apresenta apenas duas soluções nas condições descritas:

- C-A-E-B-D
- B-D-A-E-C

Um esquema organizado para tentar encontrar todas as soluções pode passar por escolher um dos lápis (por exemplo A) e ir testando nas diferentes 4 posições.

	A	B	C	D	E
⇒	C	A	E	B	D
	~~C~~	~~A~~			~~B~~
	~~B~~		~~A~~	~~C~~	
⇒	B	D	A	E	C
	C		~~A~~		~~B~~
		~~C~~	~~A~~		~~B~~
	~~B~~			~~A~~	~~C~~
	~~B~~			~~C~~	~~A~~
	~~C~~		~~B~~		~~A~~

20 pontos

–
- – Encontra as 2 soluções e apresenta um esquema organizado de raciocínio para encontrar todas as soluções.
  18 pontos
- – Apresenta resposta
  2 pontos

–
- – Encontra as 2 soluções e não apresenta qualquer esquema.
  12 pontos
- – Apresenta resposta
  2 pontos

–
- – Encontra 1 solução.
  - o apresenta um esquema organizado de raciocínio para encontrar todas as soluções.
    8 pontos
  - o não apresenta um esquema organizado de raciocínio para encontrar todas as soluções.
    5 pontos
- – Apresenta resposta
  1 ponto

Nota:
Cada solução errada indicada:
-1 ponto

Caso 5

No bar da escola do AgenteX, festeja-se o "Dia dos Frutos Vermelhos".
Este ano, o bar utilizou amoras e mirtilos para preparar dois tipos de caixas para vender ao lanche.
Para preparar as caixas de fruta, foram utilizados, no total, 47 amoras e 74 mirtilos. Cada caixa de base quadrada levou mais uma amora que cada caixa de base hexagonal. Por sua vez, cada caixa de base hexagonal levou mais um mirtilo que cada caixa de base quadrada.
Quantas caixas, de cada tipo, foram preparadas para o "Dia dos Frutos Vermelhos"?

25 pontos

<u>Resolução</u>:

Método 1:

- O total de frutos utilizados na preparação das caixas é 121(47+74).

	amoras	mirtilos	Total
C.Quad.	+1		
C.Hex.		+1	
Total	47	74	121

- O total de frutos em cada caixa é igual porque uma caixa tem mais um fruto que a outra e vice-versa. Assim, podemos concluir que o número total de caixas divide 121.
  Como 121=11x11, então **há 11 caixas**, no total.

- Há várias opções para a distribuição das 11 caixas. Por isso, é preciso encontrar a composição de cada caixa.

	amoras	mirtilos	Total
C.Quad. **(5)**	+1 5|4		
C.Hex. **(6)**	4|3	+1	
Total	47	74	121

X

	amoras	mirtilos	Total
C.Quad. **(4)**	+1 5|4		
C.Hex. **(7)**	4|3	+1	
Total	47	74	121

X

	amoras	mirtilos	Total
C.Quad. **(3)**	+1 5	6	33
C.Hex. **(8)**	4	+1 7	88
Total	47	74	121

✓

Resposta:
Foram preparadas 11 caixas, 3 de base quadrada e 8 de base hexagonal.

N.1.
- Determina o total de frutos.
  2 pontos
- Fatoriza 121 (121=11x11).
  5 pontos
- Determina com critério o total de caixas.
  8 pontos
- Determina com critério o número de frutos de cada caixa.
  8 pontos
- Apresenta a resposta.
  2 pontos

N.2.
- Realiza tentativas aleatórias e consegue determinar o número de caixas e o número de frutos de cada caixa.
  16 pontos
- Apresenta a resposta.
  2 pontos

N.3. Apresenta resposta 3CQ/8CH e 3x6+8x7=74; 3x5+8x4=47
8 pontos

N.4. Apresenta apenas resposta: 3CQ/8CH.
3 pontos

Método 2:

Pode começar-se por admitir que foram preparadas apenas 2 caixas. Depois de se perceber que não é possível obter o valor de frutos indicado, vai-se aumentando o número de caixas.
De cada vez que se aumenta o número total de caixas, é necessário determinar quantas há de cada tipo e o número de frutas que cada uma contém.

Nº de caixas	Amoras (47)			Mirtilos (74)		
	Caixas de base quadrada*	Caixas de base hexagonal		Caixas de base quadrada	Caixas de base hexagonal*	
2	1x24	1x23		1x36	1x37	
3	2x16	1x15		1x24	2x25	
4	3x12	1x11		2x18	2x19	
5	2x10	3x9		1x14	4x15	
6	5x8	1x7		4x12	2x13	
7	5x7	2x6		3x10	4x11	
8	7x6	1x5		6x9	2x10	
9	2x6	7x5		7x8	2x9	
10	7x5	3x4		6x7	4x8	
11	**3**x5	**8**x4	✓	**3**x6	**8**x7	✓

Resposta:
Foram preparadas 11 caixas, 3 de base quadrada e 8 de base hexagonal.

25 pontos

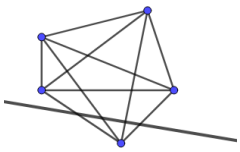
N.1.
- Elabora um método de raciocínio que permite determinar o número de caixas e o número de frutos de cada caixa.
  23 pontos
- Apresenta a resposta.
  2 pontos

N.2.
- Realiza tentativas aleatórias e consegue determinar o número de caixas e o número de frutos de cada caixa.
  16 pontos
- Apresenta a resposta.
  2 pontos

N.3. Apresenta resposta 3CQ/8CH e 3x6+8x7=74; 3x5+8x4=47
8 pontos

N.4. Apresenta apenas resposta 3CQ/8CH.
3 pontos

Caso 6



O AgenteX está a explorar um tipo de construções geométricas com pontos e segmentos de reta. Por exemplo, representam-se 5 pontos não colineares (não alinhados) e todos os segmentos entre esses 5 pontos. De seguida, sem intersetar pontos, traça-se uma reta sobre a construção e verifica-se quantos segmentos essa reta interseta. Na figura ao lado, a reta interseta 4 segmentos.

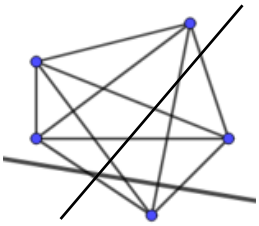
a) Traçando uma nova reta sobre esta construção, qual é o máximo de segmentos que é possível intersetar? Esboça-a na figura acima.

b) Considera agora uma nova construção, do mesmo tipo, mas com 7 pontos.
Quantos segmentos pode intersetar uma reta traçada sobre esta construção?

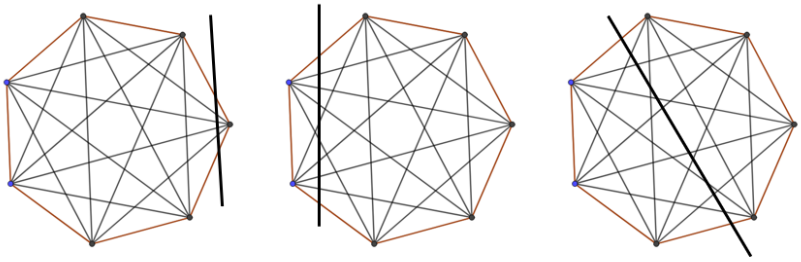
c) Por último, considera a construção em que, traçada uma reta, esta intersetou exatamente 48 segmentos.
Quantos pontos pode ter esta construção? Investiga todas as soluções.

Resolução:

a) O máximo de interseções é 6.



b) Com sete pontos, a reta pode intersetar 6, 10 ou 12 segmentos.
A representação geométrica pode ser elaborada, mas é desnecessária.
Verifica-se que o que interessa para determinar o total de interseções é o número de pontos que fica em cada um dos lados da reta traçada.
Assim, se a reta traçada tiver 1 ponto de um lado e 6 do outro, a reta interseta 6 (6x1) segmentos.
Os restantes casos são: 2|5 (2x5=10) e 3|4 (3x4=12).



c) Considerando o raciocínio da alínea anterior, se a reta interseta 48 segmentos, a multiplicação do número de pontos de cada lado da reta tem produto 48. Então temos as seguintes soluções:

1|48 – 49 pontos
2|24 – 26 pontos
3|16 – 19 pontos
4|12 – 16 pontos
6|8 – 14 pontos

R: A construção pode ter 49, 26, 19, 16 ou 14 pontos.

30 pontos

a)
- Representa a reta na figura.
  4 pontos
- Apresenta a resposta.
  1 ponto

b)

N.1. Determina as 3 soluções e elabora um raciocínio lógico ou apresenta uma figura ilustrativa.
12 pontos (3x4 pontos)

N.2. Só determina as 3 soluções.
9 pontos (3x3 pontos)

Nota:
Não apresenta a resposta
-1 ponto

3)

N.1. Determina soluções e descreve o respetivo raciocínio:
- Todas: **13 pontos**
- Cada solução: **2,5 pontos**

N.2. Determina soluções sem apresentar o raciocínio.
1,5 pontos cada

Nota:
Não apresenta a resposta
-2 pontos