



Prova Final

(Proposta de resolução)

18.ª edição – 2023/2024

Escolha múltipla

Versão A	Versão B
Caso 1 – Opção C	Caso 1 – Opção A
Caso 2 – Opção B	Caso 2 – Opção D
Caso 3 – Opção B	Caso 3 – Opção D

Caso 4

O AgenteX esqueceu-se do código de desbloqueio do seu telemóvel e, para o recuperar, falou com o pai, mas a resposta que obteve foi em forma de desafio:

“O teu código tem quatro algarismos e:

- a soma do primeiro algarismo com o último é igual à soma do segundo algarismo com o terceiro;
- a multiplicação dos quatro algarismos tem resultado igual a 72.”

O AgenteX sabe que há mais que um código nestas condições.

No máximo, quantas tentativas poderá ter de fazer o AgenteX para desbloquear o telemóvel? Enumera todos os códigos que respeitam estas condições.



Resolução:

Seja o código da forma $ABCD$.

Pelas condições dadas temos:

- $A + D = B + C$
- $A \times B \times C \times D = 72$

A decomposição de 72 é $2^3 \times 3^2$, ou seja: $72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$.

Para separar a decomposição do 72 em 4 algarismos com as características mencionadas podem obter-se duas combinações distintas:

2334 e **1346** (não necessariamente por esta ordem).

As permutações dos algarismos de cada uma cria diferentes soluções:

2334	1346
4332	1436
3423	6341
3243	6431
	3164
	3614
	4163
	4613

R: No máximo o AgenteX realiza **12 tentativas**.

Caso 5

Para 5.º caso de investigação o AgenteX desafia-te com uma tabela numérica. Coloca os números de 0 a 10, sem repetir, um em cada quadrícula branca, de forma a respeitar as informações:

- a coluna da esquerda indica quantos números existem em cada linha e a primeira linha indica quantos números existem em cada coluna;
- a coluna da direita indica a soma dos números de cada linha e a última linha indica a soma dos números de cada coluna.

Coloca também, em cada quadrícula com tracejado, os valores em falta.

	2	1	2	4	---	Somas
números		número	números	números		
---						14
2						---
3						15
4						10
Somas	3	6	5	34	---	

Resolução:

- a) Existem **11** números de 0 a 10 e a sua soma é **55**.

Com esta informação é possível completar o tracejado.

	2	1	2	4	2	Somas
números		número	números	números		
2						14
3						15
4						10
Somas	3	6	5	34	7	

- b) Para a soma de 4 números ser 34: **10+9+8+7**.

Para a soma de 4 números ser 10 existem 5 opções:

0+1+2+7, 0+1+3+6, 0+1+4+5, 0+2+3+5 e 1+2+3+4. Como estas duas somas se interseitam, a única solução possível é **0+1+2+7**.

	2	1	2	4	2	Somas
números		número	números	números		
2						14
3						15
4				7		10
Somas	3	6	5	34	7	

- c) Para a soma de 2 números ser 16 existem 2 opções: 10+6 e 9+7. Como o 7 já foi utilizado resta apenas a soma **10+6**.

O 6 apenas pode ser colocado na 2.ª coluna branca pois a soma de 1 algarismo é 6.

	2	1	2	4	2	Somas
números		número	números	números		
2						14
3						15
4				7		10
Somas	3	6	5	34	7	

- d) Para a soma de 2 números ser 14 existem 3 opções: 10+4, 9+5 e 8+6. Como o 10 e o 6 já foram utilizados, resta apenas a soma **9+5**. O 5 não pode ser colocado na 1.ª nem na 3.ª coluna, portanto coloca-se na 5.ª coluna. Na 4.ª coluna falta o 8.

	2	1	2	4	2	Somas
números		número	números	números		
2						14
3				8		15
4				7		10
Somas	3	6	5	34	7	

- e) Na 5.ª coluna falta o 2, pois a soma de 2 números é 7. Tem de ser colocado na 4.ª linha porque $0+1+2+7=10$

	2	1	2	4	2	Somas
números		número	números	números		
2						14
3				8		15
4				7	2	10
Somas	3	6	5	34	7	

- f) Para a soma de 2 números ser 3 existem 2 opções: 0+3 e 2+1. Como o 2 e o 1 terão de ser utilizados na 4.ª linha, resta apenas a soma **0+3**.

O 0 tem de ser colocado na 4.ª linha porque $0+1+2+7=10$

	2	1	2	4	2	Somas
números		número	números	números		
2						14
3				8		15
4				7	2	10
Somas	3	6	5	34	7	

- g) Na 4.ª linha falta o 1 e na 3.ª linha o 4.

	2	1	2	4	2	Somas
números		número	números	números		
2						14
3				4		15
4				7	2	10
Somas	3	6	5	34	7	

Caso 6

O AgenteX desafia-te a descobrir a altura da sua prima Constança, utilizando os degraus das escadas da sua sala, que são todos iguais.

Se o AgenteX estiver na sala e a Constança subir para 1.º degrau, ela fica **54 cm** mais baixa do que ele; mas, se ela subir para 5.º degrau já fica **22 cm** mais alta do que ele. Se a Constança estiver na sala e o AgenteX subir para o 5.º degrau, ele fica a uma altura que é o triplo da altura da Constança.



Qual é a altura da prima Constança?

Resolução:

Parte 1

Condição 1: AgenteX na sala e a Constança no 1.º degrau → ela fica 54 cm mais baixa do que ele.

Condição 2: Se a Constança subir para 5.º degrau → ela fica 22 cm mais alta do que ele

- Por estas duas condições ficamos a saber que do 1.º degrau para o 5.º são 4 degraus e que a distância que ela subiu foi de $54+22=76$ cm

Desta forma, cada degrau mede $\frac{76}{4} = 19$ cm de altura.

Outro processo:

$$d + C + 54 = 5d + C - 22 \Leftrightarrow$$

$$4d = 76 \Leftrightarrow$$

$$d = 19$$

Parte 2

Condição 3: Se a Constança estiver na sala e o AgenteX subir para o 5.º degrau, ele fica a uma altura que é o triplo da altura da Constança.

- Como já se sabe a altura de cada degrau descobre-se que se os dois estiverem na sala, o AgenteX é mais alto que a prima 73 cm ($54+19=73$ cm), ou seja: $A = C + 73$
- Utilizando a condição 3: $A + 5 \times 19 = 3C$

Resolvendo o sistema (ou processo equivalente):

$$A = 157 \text{ cm} \quad e \quad C = 84 \text{ cm}$$

R: A Constança mede **84 cm** de altura.