



Prova Final

(Proposta de resolução)

16.ª edição – 2021/2022

Escolha múltipla

Versão A	Versão B
Caso 1 – Opção D	Caso 1 – Opção C
Caso 2 – Opção B	Caso 2 – Opção D
Caso 3 – Opção E	Caso 3 – Opção A

Caso 4

O AgenteX tem um jogo de arco e flechas. O alvo está dividido em seis partes numeradas de 1 a 6, como mostra a figura ao lado.

No fim de semana, ele convidou alguns amigos para um jogo, em que tinham que cumprir com as seguintes regras:

- uma jogada consiste em disparar 4 flechas e somar as pontuações obtidas;
- uma jogada só é válida se as 4 flechas ficarem no alvo.

No fim da primeira jogada, o AgenteX e cada amigo obteve 16 pontos, com pelo menos duas das flechas na mesma pontuação. Curiosamente, o conjunto das quatro pontuações de cada um foi diferente.

Quantos amigos, no máximo, pode o AgenteX ter convidado para o jogo?



Resolução:

Para determinar conjuntos de 4 pontuações com pelo menos 2 pontuações é importante ordenar o raciocínio.

OU	
– 6+6+2+2	– 2+2+6+6
6+6+3+1	
	– 3+3+6+4
– 5+5+4+2	3+3+5+5
5+5+3+3	
5+5+5+1	– 4+4+6+2
	4+4+5+3
– 4+4+6+2	4+4+4+4
4+4+5+3	
4+4+4+4	– 5+5+5+1
	5+5+4+2
– 3+3+6+4	
	– 6+6+3+1

Resposta

O AgenteX pode ter convidado, no máximo, 8 amigos.

Caso 5

A família do AgenteX tem uma tradição secular.

Os membros da família que celebram o seu 18.º aniversário, num ano cujos 2 últimos algarismos são iguais aos 2 últimos algarismos do ano de nascimento, são chamados de *abba's* e têm direito a uma festa especial.

O AgenteX nasceu em 2007 e fará 18 anos em 2025; logo, não é um *abba*.

Em que anos nascem os *abba's* da família do AgenteX, neste século?



Resolução:

Considerando:

$$\begin{array}{r} 20ab \\ + 18 \\ \hline 20ba \end{array}$$

temos que $b + 8 = a$ ou $b + 8 = 1a$

Se $b=0 \rightarrow a=8$: $2080 + 18 = 2098$ Falso

Se $b=1 \rightarrow a=9$: $2091 + 18 = 2109$ Falso

Se $b=2 \rightarrow a=0$: $2002 + 18 = 2020$ Verdade

Se $b=3 \rightarrow a=1$: $2013 + 18 = 2031$ Verdade

Se $b=4 \rightarrow a=2$: $2024 + 18 = 2042$ Verdade

Se $b=5 \rightarrow a=3$: $2035 + 18 = 2053$ Verdade

Se $b=6 \rightarrow a=4$: $2046 + 18 = 2064$ Verdade

Se $b=7 \rightarrow a=5$: $2057 + 18 = 2075$ Verdade

Se $b=8 \rightarrow a=6$: $2068 + 18 = 2086$ Verdade

Se $b=9 \rightarrow a=7$: $2079 + 18 = 2097$ Verdade

Ano de nascimento dos abba's
2002
2013
2024
2035
2046
2057
2068
2079

Caso 6

No bar da escola do AgenteX, festeja-se o “Dia dos Frutos Vermelhos”.
Este ano, o bar utilizou amoras e mirtilos para preparar dois tipos de caixas para vender ao lanche.

Para preparar as caixas de fruta, foram utilizados, no total, 47 amoras e 74 mirtilos. Cada caixa de base quadrada levou mais uma amora que cada caixa de base hexagonal. Por sua vez, cada caixa de base hexagonal levou mais um mirtilo que cada caixa de base quadrada. Quantas caixas, de cada tipo, foram preparadas para o “Dia dos Frutos Vermelhos”?



Resolução:

Método 1:

- O total de frutos utilizados na preparação das caixas é 121(47+74).

	amoras	mirtilos	Total
C.Quad.	+1		
C.Hex.		+1	
Total	47	74	121

- O total de frutos em cada caixa é igual porque uma caixa tem mais um fruto que a outra e vice-versa. Assim, podemos concluir que o número total de caixas divide 121. Como $121=11 \times 11$, então **há 11 caixas**, no total.
- Há várias opções para a distribuição das 11 caixas. Para isso, é preciso encontrar a composição de cada caixa.

	amoras	mirtilos	Total
C.Quad. (5)	+1 5 4		
C.Hex. (6)	4 3	+1	
Total	47	74	121

X

	amoras	mirtilos	Total
C.Quad. (4)	+1 5 4		
C.Hex. (7)	4 3	+1	
Total	47	74	121

X

	amoras	mirtilos	Total
C.Quad. (3)	+1 5	6	33
C.Hex. (8)	4	+1 7	88
Total	47	74	121

✓

Resposta:

Foram preparadas 11 caixas, 3 de base quadrada e 8 de base hexagonal.

Método 2:

Pode começar-se por admitir que foram preparadas apenas 2 caixas. Depois de se perceber que não é possível obter o valor de frutos indicado, vai-se aumentando o número de caixas.

De cada vez que se aumenta o número total de caixas, é necessário determinar quantas há de cada tipo e o número de frutas que cada uma contém.

Nº de caixas	Amoras (47)			Mirtilos (74)		
	Caixas de base quadrada*	Caixas de base hexagonal		Caixas de base quadrada	Caixas de base hexagonal*	
2	1x24	1x23		1x36	1x37	
3	2x16	1x15		1x24	2x25	
4	3x12	1x11		2x18	2x19	
5	2x10	3x9		1x14	4x15	
6	5x8	1x7		4x12	2x13	
7	5x7	2x6		3x10	4x11	
8	7x6	1x5		6x9	2x10	
9	2x6	7x5		7x8	2x9	
10	7x5	3x4		6x7	4x8	
11	3x5	8x4	✓	3x6	8x7	✓

Resposta:

Foram preparadas 11 caixas, 3 de base quadrada e 8 de base hexagonal.